

二次函数： 图像与性质

从标准形式读懂开口、对称轴、顶点与最值

$$y = a(x - h)^2 + k$$

这份手册怎么用？

1 · 先读 认识 a、h、k	2 · 再看 观察图像变化	3 · 动笔 完成例题与练习
--------------------	------------------	-------------------

学习目标

能从 $y = a(x - h)^2 + k$ 一次读出六条性质，并用“先看 a，再找顶点”的顺序检查自己的判断。

标准形式是读图的快捷地图

$y = a(x - h)^2 + k$

a 开口与宽窄 正负决定开口方向； a 越大，图像越“瘦”。	h 左右移动 顶点横坐标是 h；注意括号里的符号要反着读。	k 上下移动 顶点纵坐标是 k；+k 向上，-k 向下。
--	--	---

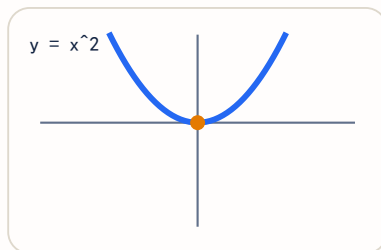
固定判断顺序

① 看 a 的正负	判断开口方向与最值类型
② 看 a	与 $y = x^2$ 比较宽窄
③ 找 (h, k)	得到顶点、对称轴与最值
④ 再写增减	以对称轴 $x = h$ 为分界

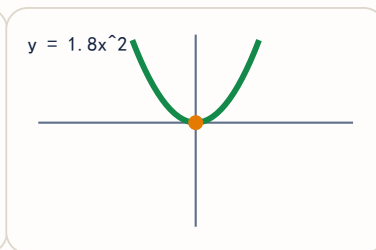
记忆线索	先看 a，再找顶点 (h, k)。
------	-------------------

每个参数都能在图上被看见

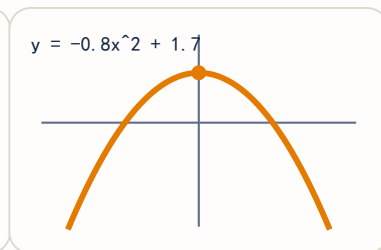
先把 $y = x^2$ 当作母函数，再观察每次只改变一个参数。



基准：顶点 $(0, 0)$



$|a|$ 变大：图像变瘦



$a < 0$ ：开口向下

平移规则

$y = (x - 2)^2$	括号里“减 2” → 顶点向右 2 个单位。
$y = (x + 2)^2$	把 $x + 2$ 看成 $x - (-2)$ → 顶点向左 2 个单位。
$y = x^2 - 3$	式子外“减 3” → 顶点向下 3 个单位。

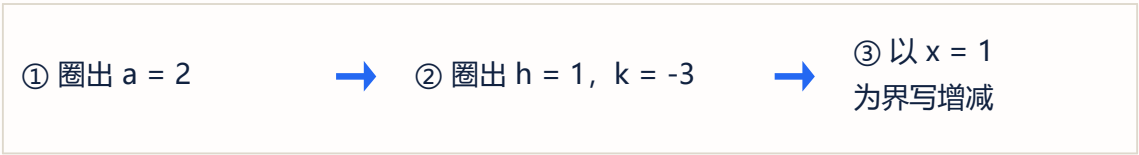
易错提醒： h 的符号来自 $x - h$ 。看见 $x + 2$ 时， $h = -2$ 。

从一个式子，一次读出六条性质

$$y = 2(x - 1)^2 - 3$$

开口方向	向上，因为 $a = 2 > 0$	最值	最小值 -3
顶点	(1, -3)	对称轴	$x = 1$
增减	$x < 1$ 时递减； $x > 1$ 时递增	宽窄	比 $y = x^2$ 更瘦

推理链条



为什么最小值就是 -3？

因为 $(x - 1)^2 \geq 0$ ，所以 $2(x - 1)^2 \geq 0$ 。当 $x = 1$ 时平方项恰好等于 0，函数值取得最小值 -3。

把错误变成检查清单

误区 1	看见 $x + 2$ 就写 $h = 2$	正确: $x + 2 = x - (-2)$, 所以 $h = -2$ 。
误区 2	$a < 0$ 时仍然写“最小值”	正确: 开口向下时, 顶点给出最大值。
误区 3	只写“递增”或“递减”	正确: 二次函数通常以对称轴为界, 一侧递减、另一侧递增。
误区 4	比较 a 的大小判断宽窄	正确: 比较 $ a $ 。绝对值越大, 图像越瘦。

30 秒自检

☐	我先判断了 a 的正负吗?
☐	我把括号写成 $x - h$ 再读 h 吗?
☐	我写清楚最值是“最大”还是“最小”吗?
☐	我用 $x = h$ 分开写了增减区间吗?

先预测，再检查

1	$y = -1/2(x + 2)^2 + 4$ 的开口方向、顶点和最大值分别是什么？
2	$y = 3(x - 4)^2 + 1$ 的对称轴是什么？与 $y = x^2$ 相比更宽还是更瘦？
3	把 $y = x^2$ 向左平移 3 个单位，再向下平移 2 个单位，写出函数式。
4	函数 $y = -(x - 1)^2 + 5$ 在 $x < 1$ 时递增还是递减？在 $x > 1$ 时呢？

答案与一句话理由

1	开口向下；顶点 $(-2, 4)$ ；最大值 4。因为 $a < 0$, $h = -2$, $k = 4$ 。
2	对称轴 $x = 4$ ；更瘦。因为 $ 3 > 1$ 。
3	$y = (x + 3)^2 - 2$ 。左移 3 对应 $h = -3$ 。
4	$x < 1$ 时递增； $x > 1$ 时递减。开口向下，顶点左侧上升、右侧下降。

下一步：回到网站练习页完成即时判分；如果卡住，把你已经判断出的 a 、 h 、 k 告诉 AI 导师。